Convergence of a Branching Type Recursion
Convergence d'une récursion de type branché

M. Cramer and L. Rüschendorf
University of Freiburg, Institut für Mathematische Stochastik
Hebelstr. 27, 79104 Freiburg, Germany

Abstract

The asymptotic distribution of a branching type recursion (L_n) is investigated. The recursion is given by $L_n \stackrel{d}{=} \sum_{i=1}^{K} X_i L_{n-1}^{(i)} + Y$, where (X_i) is a random sequence, $(L_{n-1}^{(i)})$ are iid copies of L_{n-1}, K is a random number and $K, (L_{n-1}^{(i)}), \{(X_i), Y\}$ are independent. Particular cases of this recursion have been studied intensively in the literature. Included are branching processes, a model of Mandelbrot (1974) for studying turbulence, which was also investigated in connection with infinite particle systems and the expansion of total mass in the construction of random multifractal measures. The interest in the recursion arises from the fact that it includes a smoothing part (addition) and on the other hand a part increasing the fluctuation (random multiplier, random number and random immigration). The analysis in this paper is based on properties of the minimal L_2-metric and the Zolotarev-metric.

Résumé

On étudie la distribution asymptotique d'une récursion de type branché donnée par $L_n \stackrel{d}{=} \sum_{i=1}^{K} X_i L_{n-1}^{(i)} + Y$. Ici (X_i) est une suite de variables aléatoires reelles, $L_{n-1}^{(i)}$ sont des v.a. indépendentes de la même distribution que L_{n-1}, K un nombre aléatoire et $K, (L_{n-1}^{(i)}), \{(X_i), Y\}$ sont indépendentes. Dans la littérature on a étudié intensivement des cas particuliers de cette récursion, parmi lesquels on trouve des processus branchés, une modelle de Mandelbrot (1974) pour l'étude de turbulence, et l'expansion de masse totale à la construction des mésures aléatoires multifractales. L'analyse dans cette article est fondée sur des propriétés de la distance de probabilité minimale et idéale.