WIE SCHNELL VERFLIEGT DIE ZEIT?

F. Thomas Bruss und Ludger Rüschendorf

Université Libre de Bruxelles und Universität Freiburg

Einleitung

In diesem Artikel führen wir ein elementares mathematisches Modell für das subjektive Zeitgefühl ein. Das Phänomen und Empfinden, das mit zunehmendem Alter die Zeit schneller verrinnt, ist wohlbekannt. Es gibt unterschiedliche Erklärungen dieses Phänomens, die dieses jedoch typischerweise als Symptom des Alters ansehen. Aber ist es wirklich ein Symptom des Prozesses des Alterns selbst oder ist es nur positiv mit dem Altern korreliert? Gibt es, unter natürlichen Hypothesen, eine mathematische Evidenz für die Abnahme des Zeitgefühls ?

"Bananas fly like fruit but time flies like bananas!" Über diesen Unsinnsspruch, der die Bürotür eines Kollegen in Tucson zierte, kann man von Herzen lachen. Die Zeit verfliegt, da ist etwas dran.

Wie schnell verfliegt sie? Im Prinzip mit konstanter Geschwindigkeit, wenn wir unserer physikalischen Welt glauben dürfen. Eine Stunde ist eine Stunde, ein Tag ein Tag, ein Jahr ein Jahr. Kompliziertere Theorien (wie z.B. die Relativitätstheorie) scheinen zwar an der Einfachheit der Zeitdefinition zu rütteln, stellen aber ihre Arithmetik nicht auf den Kopf. Unter gleichen Bedingungen des Beobachters bleibt eine Minute 1/60 einer Stunde, und fünf Jahre dauern fünf mal so lange wie ein Jahr. Die Proportionalität des Zeitvergehens selbst wird nie in Frage gestellt.

Unser Zeitgefühl scheint jedoch ein anderes zu sein. Wir wissen, dass frohe Stunden schnell vergehen, 20 Minuten Warten auf den Bus jedoch lang erscheinen, und eine Minute Schmerz noch viel länger. Interessanter ist die Frage nach dem Warum jedoch, sobald sie sich auf längere Perioden bezieht, und insbesondere, warum die Zeit im Durchschnitt immer schneller zu vergehen scheint. Diese spezielle Frage wollen wir mit Hilfe eines einfachen mathematischen Modells untersuchen.

Wir sehen, dass ohne Eingriff in die Lebensbedingungen die Zeit für jeden schneller und schneller verstreicht. Aber jeder hat es in der Hand, seinem Leben neue Impulse zu geben und so dem natürlichen Zeitempfinden entgegenzuwirken.

Vielleicht erscheint der Versuch, das Phänomen mit einem einfachen mathematischen Modell erklären zu wollen, wenig überzeugend. Man hat vielleicht eigene Ideen, warum die Zeit immer schneller vergeht. So denkt man etwa an den Alltagstrott, der sich notwendigerweise in jedem Leben ergibt, an die Tatsache, dass im vorgerückten Alter alles beschwerlicher und ermüdender als früher erscheint, dass man, wie man so sagt, einfach nicht mehr so "kann" wie früher. All dies würde das Phänomen recht gut erklären. Warum sollte man sich dann noch für eine theoretische Erklärung interessieren?

Dies ist sicherlich teilweise richtig. Doch stellen wir nun eine Gegenfrage. Würde bei einer Person im fortgeschrittenen Alter, die geistig und körperlich genauso frisch wäre, wie mit 20, das Phänomen der Beschleunigung der Zeit nicht auftreten? Hier wird es interessant. Die Antwort ist: Nein, das subjektive Gefühl der Zeitbeschleunigung wäre, wie wir sehen werden, im wesentlichen dasselbe. Damit ist es primär kein Symptom des Alters, kein Symptom des Nachlassens körperlicher oder geistiger Kräfte. Es ist in erster Linie ein Symptom des "Schon-Viel-Erlebt-Habens". Somit hat die theoretische Erklärung eine durchaus erfreuliche und ermutigende Seite. Die Beschleunigung der Zeit (oder, umgekehrt ausgedrückt, diese Ausdünnung des Zeitgefühls) über längere Perioden tritt gesetzmässig ein, wenn keine Änderungen des Lebensplans vorgenommen werden.

Wir gehen hier von der vereinfachenden Hypothese aus, dass unser Zeitgefühl im wesentlichen proportional zur Anzahl *neuer* Ereignisse in unserem Leben ist, die wir uns als Ereignisse von genügend grosser Intensität und Bedeutung vorstellen. In der Erinnerung dreht sich dieses Zeitgefühl um. Erfüllte Zeitstrecken erscheinen ausgedehnter als leere Zeitstrecken. Im Alter verkürzt sich die subjektive Erlebniswelt. Vieles spricht für diese Hypothese. Eine berufliche Reise von drei Tagen bleibt meist besser in Erinnerung als drei Tage zu Hause oder am gewohnten Arbeitsplatz. Ein Urlaub in einem fremden Land wird selten vergessen. Wohl kaum stellt man sich die Frage: "Wo sind die drei ersten Tage?". Vielleicht aber "Wo sind die drei letzten?". Es geht uns allen wahrscheinlich ähnlich. Nach zwei Tagen überwiegt die Freude, dass der Löwenanteil des Urlaubs noch bevorsteht, und dann hat der Löwe auch schon bald ausgebrüllt. Diese Beobachtungen zum Verständnis der subjektiven Zeitauffassung finden sich weitgehend in der Literatur zur Wahrnehmungspsychologie, aber auch im Alltagsbewusstsein, wie etwa beschrieben in der Belletristik (so z.B. in Thomas Manns Zauberberg).

Unser Leben besteht aus einer Folge von Ereignissen. Dies sind Ereignisse, auf die wir keinen Einfluss haben, andere, die wir teilweise mitbestimmen, und wiederum andere, für deren Eintreten wir voll und ganz Verantwortung tragen. Wir wollen den Begriff Ereignis hier sehr allgemein halten und weder zwischen seiner Dauer noch seiner Bedeutung unterscheiden. Unsere Geburt ist ein Ereignis, das allen anderen vorangeht, aber einen Schnupfen haben, Auto fahren, einen Brief schreiben oder sich Gedanken über den Mars machen, all dies sind Ereignisse in unserem Sinne. Einige Ereignisse werden von Mitmenschen geteilt, andere wiederum sind eher individueller Natur. Viele Ereignisse sind repetitiv, ähnlich oder gar kaum voneinander zu unterscheiden, andere einmalig.

Die Idee unseres einfachen Modells besteht darin, die Zeit zu diskretisieren. Das (ganze) Leben enthalte N Ereignisse, die nach individueller Definition als verschieden und bedeutungsvoll angesehen werden. N ist unbekannt, nicht zuletzt, weil unbekannt ist, wie lange das Leben andauern und was es bringen wird, aber auch, weil wir vielleicht Besseres zu tun haben, als uns über unsere genaue Definition des Begriffs Ereignis und der Verschiedenheit von Ereignissen den Kopf zu zerbrechen. [So ist es es z.B. jedem selbst überlassen, ob das Frühstücksei von heute, auf das er gestern verzichtet hat, und der Anruf von Frau Müller-Störmich, der ihn beim Verzehr desselben störte, das heutige Frühstück in des Rang eines neuen Ereignisses erhebt!] N existiert, und ob man die Anzahl der Ereignisse in der bescheidenen Größenordnung von einigen Hundert oder aber von zig Millionen sieht, ist hier unwesentlich.

Denken wir uns N Kästchen, die die verschiedenen potentiellen Ereignisse unseres Lebens darstellen. Kugeln werden nun in die Kästchen gelegt, d.h. die entsprechenden Ereignisse treten ein. Viele werden von uns selbst gelegt, viele von Mitmenschen, viele andere von der Natur, dem Zufall oder von Gottes Hand, ganz nach der jeweils eigenen Definition. Der chronologische Ablauf des Lebens wird nun durch die Reihenfolge der Belegung beschrieben. Die Kästchen selbst brauchen nicht geordnet zu sein. Kästchen, in die mehrere Kugeln fallen, stellen wiederholte Ereignisse dar, leere Kästchen das bisher nicht Erlebte. In jedes Kästchen wird schließlich zumindest eine Kugel fallen. Wir kennen N nicht, doch das N-te Kästchen, wo immer es auch stehen mag, wird am Ende genau eine Kugel erhalten.

Wieviele Kugeln werden im Durchschnitt benötigt bis zum, sagen wir, M-ten verschiedenen Ereignis? Die Antwort hängt natürlich von dem Belegungsmodus ab. Klar ist nur: zumindest M, theoretisch aber unendlich viele. Die Kästchen die für repetitive Ereignisse stehen (wie z.B. Standardessen oder Zähneputzen) werden sich rasch und mit grosser Regelmässigkeit füllen, während andere Kästchen lange auf ihre erste Kugel warten müssen. Da der Zufall mitspielt, wollen wir ihn zuerst idealisieren. Nehmen wir an, dass jedes Kästchen bei jeder Belegung, unabhängig von der Vorgeschichte, mit gleicher Wahrscheinlichkeit eine Kugel erhält. (Diese Hypothese ist nicht sehr realistisch, wenn wir z.B. an repetitive Ereignisse wie Essen oder Schlafen denken. Doch mehr hierzu später.) Dann liefert ein einfaches Argument aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung, dass die erwartete Anzahl von benötigten Kugeln bis zur M-ten Neubelegung $1+\frac{N}{N-1}+\frac{N}{N-2}+\cdots\frac{N}{N-M+1}$ beträgt. Diese Zahl wird durch $A(N,M) = N\ln\{N/(N-M+1)\}$ gut approximiert. (ln bezeichnet den Logarithmus zur Basis $e = 2.712..$) Nun kennen wir N nicht, doch hat N selbst wenig mit dem *relativen* Zeitgefühl zu tun. Nur das Verhältnis von M zu N zählt. Dieses Verhältnis hat aber einen "logarithmischen" Effekt mit dem Faktor $\ln\{N/(N-M+1)\} = \ln\{1+(M-1)/(N-M+1)\}$, der im Verlauf unseres Lebens nur wachsen kann. Kugeln brauchen Zeit, um Kästchen zu füllen, unser Zeitgefühl hängt aber von der Belegung neuer Kästchen ab, die im Schnitt mehr und mehr Kugeln benötigen. Anfangs ist der Effekt kaum bemerkbar; für kleine M ist der Beschleunigungsfaktor $\ln\{1+(M-1)/(N-M+1)\}$ nur wenig grösser als 0 (d.h. das Zeitgefühl im Vergleich zur Realzeit fast konstant), aber irgendwann wird M ein Zehntel, dann ein Viertel dann ein Halb etc. von N überschreiten. Der Sprung von $M = 0.2N$ auf $M = 0.4N$ ist z.B. derselbe, wie der von $M = 0.6N$ auf $M = 0.8N$, doch, wie der Griff zum Taschenrechner zeigt, muss die Realzeit im Durchschnitt nun einen um rund 2.4 mal höheren

Sprung machen, um denselben Zuwachs an Zeitgefühl in diesem Modell zu erreichen. Ein mittlerer Ausdünnungsfaktor von 2 oder mehr ist also hier nichts Erstaunliches. Um die Hälfte aller N Zellen zu belegen, benötigt es im Mittel nur etwa $a_{N/2} = 0.7N$ Kugeln; um alle N Zellen zu belegen, jedoch $a_N = N \ln N$ Kugeln. Für $N = 100$ ist $a_{N/2} = 70$ aber $a_N = 518$, die neuen Ereignisse werden zum Ende hin äusserst rar.

Doch sollten wir noch keine Schlüsse ziehen, sondern zuerst unsere Hypothesen unter die Lupe nehmen.

Welchen Einfluss hat die unrealistische Hypothese der Gleichwahrscheinlichkeit aller N Ereignisse bei jeder neuen Belegung? Die Mathematik gibt hierauf eine allgemeingültige und damit interessante Antwort. Für jede Teilmenge von neuen Ereignissen (noch leere Kästchen) ist die erwartete Anzahl von benötigten Kugeln zur kompletten Belegung dieser Teilmenge genau dann minimal, wenn die Ereignisse dieser Teilmenge gleichwahrscheinlich sind. Wenn diese erwartete Anzahl am geringsten ist, ist unser erwartetes relatives Zeitgefühl am grössten, so dass wir also bisher noch den günstigsten Fall betrachtet haben. Die Ausdünnung des Zeitgefühls könnte in Wirklichkeit also viel schlimmer sein!

Bremshilfe kommt jedoch aus anderen Rädern. Wichtige Ereignisse ziehen oft viele andere neue Ereignisse nach sich. Wenn jemand z.B. gerade zum ersten Mal Vater oder Mutter geworden ist, so wird dies mit einigem Neuem verbunden sein, d.h. das Leben wird automatisch eine Vielfalt neuer Kästchen aufstellen. Und wenn jemand eine neue Stelle angetreten hat, und dazu noch im Ausland, so wird der Zuwachs noch grösser sein. In diesen Beispielen sprechen wir plötzlich von neuen Kästchen, und das ist der springende Punkt. N sollte somit nicht als konstant angesehen werden, sondern selbst als eine Funktion, die veränderbar ist und von vielen Umständen abhängen mag, insbesondere aber von der Veränderung von Lebenszielen und von der aktiven Ergreifung des Geschehens. Nehmen wir z.B. einmal an, dass N in Abhängigkeit von M verändert wird $N = N(M)$, dann führt ein starkes Wachstum dieser Funktion wieder zu einer Verdichtung des Lebensgefühls. Es erscheint aber schwierig, hier begründete Annahmen über eine Quantifizierung der Funktion $N(M)$ zu treffen. $N(M)$ ist hierin die grosse Unbekannte. Sie bestimmt ihr Zeitgefühl mehr als alles andere. Jeder von uns persönlich aber ist es, der, mehr als jeder andere, und mehr als alles andere, $N(M)$ beeinflussen kann. Dies ist eine qualitative Aussage. Die Tatsache, dass wir $N(M)$ kaum quantifizieren können, ist damit zweitrangig.

Festzuhalten aber bleibt, dass in unserem einfachen Modell, das keine aktive Gestaltung des Lebensplanes vorsieht, das Ergebnis vereinfacht so ausgedrückt werden kann, dass unser Zeitgefühl im Mindesdurchschnitt ausgedünnt wird durch den Faktor Logarithmus ("Erlebtes"/"Noch neu zu Erlebendes").

Hat jemand heute das Gefühl, dass die letzten 5 oder 10 Jahre doppelt so schnell verflogen sind, wie er einen Zeitraum von 5 oder 10 Jahren normalerweise empfindet, so sollte ihn das nicht beängstigen. Dies kann schon mit fünfundzwanzig passieren, wenn auch noch mit geringerer Wahrscheinlichkeit. Aber, ob jünger oder älter, nichts impliziert, dass dies in den nächsten 5 oder 10 Jahren wieder so sein wird. Das Gefühl der Zeitbeschleunigung ist zuerst ein Symptom des Alltagstrotts, das Alter selbst spielt nur eine sekundäre

Rolle. Wie schon festgestellt, ist das Zeitgefühl in jeder Lebensphase aktiv beeinflussbar durch Veränderung des Horizonts, durch Erweiterung oder aber auch Abschneidung von Erlebnismöglichkeiten; in unserem einfachen Modell durch die Veränderung von N in Abhängigkeit von M.

Zum Schluss eine ganz andere Frage. Ist das Gefühl der Zeitbeschleunigung, das hier im Prinzip als unvermeidbar bestätigt wird, wirklich immer bedauernswert? Da sind wir nicht so sicher. Die folgende Definition, die vor einigen Jahren im Brüsseler "Le Soir" zu lesen war, könnte uns allen zu denken geben. Sie verweist auch auf einen weiteren Gesichtspunkt, der die Beschreibung des subjektiven Zeitempfindens weiter verkompliziert, nämlich die Veränderung der Bedeutung und Intensität der Lebensereignisse in der Erinnerung.

Wir zitieren:

"Das Paradies ist ein Ort, an dem alle Bewohner in aller Behaglichkeit und in aller Ewigkeit all die schönen Erinnerungen ihres Lebens austauschen. Die Hölle ist identisch, nur dass die Bewohner auch ihre Dias und Videos dabeihaben."

Resümee

Unsere mathematische Formulierung eines Modells für ein subjektives Zeitgefühl, das proportional zur Anzahl neuer Ereignisse im Leben ist, führt auf ein logarithmisches Gesetz für die Ausdünnung des Zeitgefühls. Dieses Gesetz ist somit analog zu dem in der allgemeinen Wahrnehmungspsychologie fundamentalen Weber-Fechnerschen Gesetz für Sinneswahrnehmungen, welches besagt, dass die durch Sinnesreize ausgelöste Erregung proportional zu dem Logarithmus der Größe des Reizes ist. Dieses Gesetz wurde von dem Physiologen Ernst Weber experimentell entdeckt und dann von dem Physiker Gustav Fechner aus der Annahme hergeleitet, dass die notwendige Änderung des Reizes, die zu einer gerade noch wahrnehmbaren Differenz in der Erregung führt, proportional zur Größe des anfänglichen Reizes ist. Im Vergleich zu dieser Vorstellung ist unser Urnenmodell für das Zeitempfinden etwas abstrakter und unbestimmter. Es wäre sehr interessant, zu sehen, inwieweit sich dieses vorhergesagte logarithmische Zeitempfinden empirisch bestätigen läßt. Die 'Versuchsbedingungen' lassen sich hierzu sicherlich nicht so eindeutig objektiv festlegen und der mathematischen Gesetzmäßigkeit in unserem Modell kann – im Unterschied zum Weber-Fechnerschen Gesetz – grundsätzlich durch aktive Lebensgestaltung entgegengewirkt werden.

Authors' addresses

F. Thomas Bruss, Université Libre de Bruxelles, Département de Mathématique, Campus Plaine, CP 210, B-1050 Bruxelles. (tbruss@ulb.ac.be)

Ludger Rüschendorf, Universität Freiburg, Institut für Mathematische Stochastik, Eckerstr.1, D- 79104 Freiburg. (ruschen@mathematik.uni-freiburg.de).